

Übungsblatt 10

zur Vorlesung „Geometrie für das Lehramt“

Sommersemester 2020

Aufgabe 10.1. Sei $\square_{\mathbf{ABCD}}$ ein Parallelogramm in der euklidischen Ebene \mathbb{E}^2 .

- (a) Zeigen Sie, dass für den Diagonalenschnittpunkt \mathbf{S} (d.h. der Schnittpunkt von $\overline{\mathbf{AC}}$ und $\overline{\mathbf{BD}}$) gilt, dass $\overline{\mathbf{AS}} \equiv \overline{\mathbf{CS}}$ und $\overline{\mathbf{BS}} \equiv \overline{\mathbf{DS}}$. (3 Punkte)
- (b) Zeigen Sie, dass $\square_{\mathbf{ABCD}}$ genau dann ein Rechteck ist (d.h. es gilt, dass $\angle_{\mathbf{BAD}}$ ein rechter Winkel ist), wenn $\overline{\mathbf{AC}} \equiv \overline{\mathbf{BD}}$. (3 Punkte)
- (c) Zeigen Sie, dass $|\overline{\mathbf{AB}}|^2 + |\overline{\mathbf{BC}}|^2 + |\overline{\mathbf{CD}}|^2 + |\overline{\mathbf{DA}}|^2 = |\overline{\mathbf{AC}}|^2 + |\overline{\mathbf{BD}}|^2$. (4 Punkte)

Aufgabe 10.2. Sei $\triangle_{\mathbf{ABC}}$ ein Dreieck in \mathbb{E}^2 mit rechtem Winkel im Eckpunkt \mathbf{B} . Sei \mathbf{D} der Lotfußpunkt von \mathbf{B} auf $\overline{\mathbf{AC}}$.

- (a) Zeigen Sie, dass die drei Dreiecke $\triangle_{\mathbf{ABC}}$, $\triangle_{\mathbf{ABD}}$ und $\triangle_{\mathbf{BCD}}$ ähnlich zueinander sind.

Sei \mathbf{E} der Lotfußpunkt von \mathbf{D} auf \mathbf{AB} und gelte $|\overline{\mathbf{BD}}| = \sqrt{3}$ und $|\overline{\mathbf{CD}}| = 1$.

- (b) Zeigen Sie, dass $|\overline{\mathbf{DE}}| = \frac{3}{2}$.
- (c) Berechnen Sie $\angle_{\mathbf{BAC}}$ und $\angle_{\mathbf{ACB}}$.

Aufgabe 10.3. (a) Gegeben sind Punkte $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D} \in \mathbb{E}^2$, die zwei Dreiecke $\triangle_{\mathbf{ABC}}$ und $\triangle_{\mathbf{ADC}}$ bilden. Dabei ist

$$\angle_{\mathbf{BAC}} = 30^\circ, \quad \angle_{\mathbf{ABC}} = 120^\circ, \quad \angle_{\mathbf{CAD}} = 60^\circ, \quad \angle_{\mathbf{ADC}} = 90^\circ \quad \text{und} \quad |\overline{\mathbf{AB}}| = 4.$$

Berechnen Sie $|\overline{\mathbf{CD}}|$. (5 Punkte)

- (b) Gegeben sind ein Dreieck $\triangle_{\mathbf{ABC}}$ in \mathbb{E}^2 , ein Punkt \mathbf{P} auf der Seite $\overline{\mathbf{AB}}$ und ein Punkt \mathbf{Q} auf der Strecke $\overline{\mathbf{PC}}$. Dabei ist

$$|\overline{\mathbf{AB}}| = 1, \quad |\overline{\mathbf{AC}}| = 2, \quad |\overline{\mathbf{QC}}| = \sqrt{2} \quad \text{und} \quad \angle_{\mathbf{BQP}} = 60^\circ, \quad \angle_{\mathbf{CBQ}} = 45^\circ.$$

Berechnen Sie $\angle_{\mathbf{BAC}}$. (5 Punkte)

Aufgabe 10.4. (a) Es seien Dreiecke $\triangle_{\mathbf{ABC}}$ in \mathbb{E}^2 mit Seitenlänge $b = 4$ und Innenwinkel $\alpha = \frac{\pi}{6}$ gegeben. Messungen der Seitenlänge a ergeben

- (1) $a = 1$,
- (2) $a = 2$,
- (3) $a = 2\sqrt{2}$,
- (4) $a = 6$.

Diskutieren Sie jeweils, ob Sie mit diesen Angaben die Seitenlänge c bestimmen können. (5 Punkte)

- (b) Geben Sie zwei Dreiecke $\triangle_{\mathbf{ABC}}$ und $\triangle_{\mathbf{A'B'C'}}$ in \mathbb{E}^2 derart an, dass sie den gleichen Innenwinkel $\alpha = \alpha' = \frac{\pi}{6}$ und die gleichen Seitenlängen $a = a' = 2\sqrt{2}$ und $b = b' = 4$ haben, sie aber nicht kongruent sind. (5 Punkte)

BITTE DIE HINWEISE AUF DER RÜCKSEITE BEACHTEN!

- Es sind Gruppenabgaben von bis zu 3 Studierenden erlaubt.
- Versehen Sie jede Ihrer Abgaben mit Name, Vorname, Matrikelnummer und E-Mail-Adresse aller an der Abgabe Beteiligten.
- Die Einreichung erfolgt bitte nur in Form einer einzelnen PDF-Datei durch eine der an der Abgabe beteiligten Personen.
- Als Dateinamen ihrer Abgabe wählen Sie bitte **010-Matrikelnummer**, wobei „**Matrikelnummer**“ die Matrikelnummer der/des Einreichenden ist.
- Bitte reichen Sie Ihre Lösungen bis spätestens **08:00 am Montag, 13.07.2020**, unter dem im Stud.IP zu findenden Upload-Link ein.
- Die Studienleistung erbringen Sie durch Erreichen von mindestens 40% der insgesamt möglichen Punkte aus allen Aufgabenblättern.